

第十四届“走进美妙的数学花园”青少年展示交流活动
趣味数学解题技能展示大赛初赛

注意事项：

1. 请在密封线内填好有关信息。
2. 不允许使用手机、计算器等电子设备。

总分	
----	--

小学五年级试卷(A 卷)

填空题 I（每题 8 分，共 40 分）

1. 计算： $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} =$ 0.83 （写成小数的形式，精确到小数点后两位）。

2. 1 角硬币的正面与反面如图所示。拿三个 1 角硬币一起投掷一次，得到三个正面的概率为 1/8 。



正面



反面

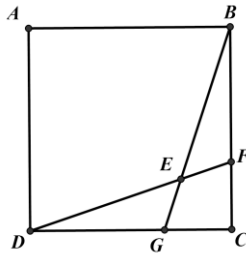
3. 大于 0 的自然数，如果满足所有因数之和等于它自身的 2 倍，则这样的数称为完美数或完全数。比如，6 的所有因数为 1, 2, 3, 6, $1 + 2 + 3 + 6 = 12$, 6 就是最小的完美数。是否有无限多个完美数的问题至今仍然是困扰人类的难题之一。研究完美数可以从计算自然数的所有因数之和开始，496 的所有因数之和为 992 。

4. 某大型会议上，要从小张、小赵、小李、小罗、小王五名志愿者中选派四人分别从事翻译、导游、礼仪、司机四项不同工作，若其中小张和小赵只能从事前两项工作，其余三人均能从事这四项工作，如果小张必须被选派，那么，不同的选派方案共有 24 种。

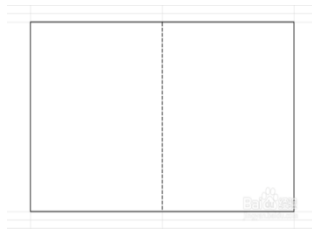
5. 将从 1 开始到 25 的连续的自然数相乘, 得到 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 25$, 记为 $25!$ (读作 25 的阶乘). 用 2 除 $25!$, 显然, $25!$ 被 2 整除, 得到一个商; 再用 2 除这个商, ..., 这样一直用 2 除下去, 直到所得的商不能被 2 整除为止, 那么, 在这个过程中用 2 整除了 22 次.

填空题 II (每题 10 分, 共 50 分)

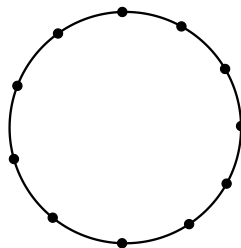
6. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 中, $BF = 2FC$, $GC = 2DG$, E 是 DF 与 BG 的交点. 四边形 $ABED$ 的面积与正方形 $ABCD$ 的比是 3:4 .



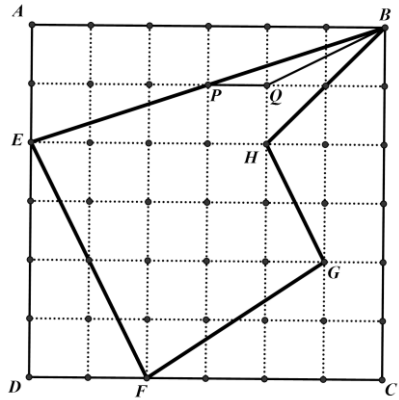
7. 如下图所示, 将一张 A4 纸沿着长边的 2 个中点对折, 将得到 2 个小长方形, 小长方形的长与宽之比与 A4 纸相同. 如果设 A4 纸的宽为 21 厘米, 那么, 以 A4 纸的长为边长的正方形面积为 882 平方厘米.



8. 由一些**顶点**和**边**构成的图形称为一个**图**. 对一个图用不同颜色给顶点染色, 要求具有相同边的两个顶点染不同的颜色, 称为**图的点染色**. 图的点染色通常要研究的问题是完成染色所需要的最少的颜色数, 这个数称为图的**色数**. 下面的图称为 C_{11} , C_{11} 的色数为 3 .

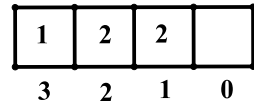


9. 在平面上, 用边长为 1 的单位正方形构成正方形网格, 顶点都落在单位正方形的顶点 (又称为格点) 上的简单多边形叫做**格点多边形**. 最简单的格点多边形是**格点三角形**, 而除去三个顶点之外, 内部或边上不含格点的格点三角形称为**本原格点三角形**, 如右图所示的格点三角形 MBN . 每一个格点多边形都能够很容易地划分为若干个本原格点三角形. 那么, 右图中的格点五边形 $EFGHB$ 可以划分为 32 个本原格点三角形.



10. 在放置有若干小球的一排木格中, 甲乙两人轮流移动小球, 移动的规则为: 每人每次可以选择某一木格中的任意数目的小球, 并将其移动到该木格右边紧邻的那一木格中; 当所有小球全部移动到最右端的木格中时, 游戏结束, 移动最后一个小球的一方获胜.

面对如图所示的局面(格中的数字代表小球的数目), 先手有必胜策略, 那么, 为确保获胜, 先手第一步应该移动 1 号木格中的 1 个小球.



评分标准: 每答对 1 个得 5 分.

填空题Ⅲ (每题 12 分, 共 60 分)

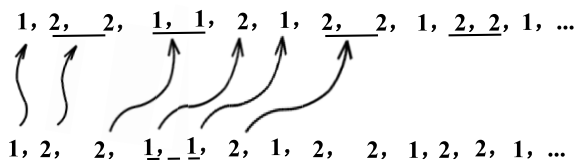
11. m, n 是两个自然数, 满足 $345 \times m - 1365 \times n = 15$, 那么, $m = \underline{\quad}$, $n = \underline{\quad}$.

通解为 $m = 4 + 91 \times t$, $n = 1 + 23 \times t$, 其中 $t = 0, 1, 2, \dots$

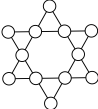
评分标准: 每答任意一组解即得满分, 只答对一组解中的一个得 5 分.

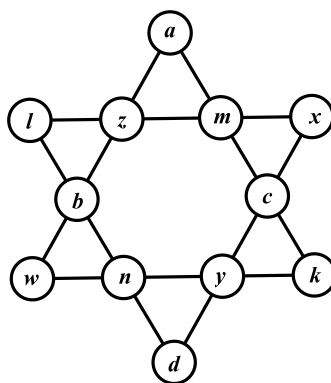
12. 不全为零的 2 个自然数的公因数中的最大者, 称作这两个数的最大公因数. 如果不全为 2 个自然数的最大公因数为 1, 则这两个数称为互素的或互质的, 比如, 2 与 3 互素, 3 与 8 互素; 12 与 15 不是互素的, 因为它们的最大公因数是 3. 不超过 49 的自然数中, 有 42 个数与 49 互素.

13. 以下由 1, 2 构成的无穷数列有一个有趣的特征: 从第一项开始, 把数字相同的项合成一个组, 再按照顺序将每组的项数写下来, 则这些数构成的无穷数列恰好是它自身. 这个数列被称为**库拉库斯基数列**. 按照这个特征, 继续写出这个数列后八项 1, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2 (从第 14 项到第 21 项), 如果这个数列的前 39 项的和为 59, 第 59 项为 2, 则第 57 项, 第 58 项, 第 59 项, 第 60 项分别为 2, 1, 1, 2 .



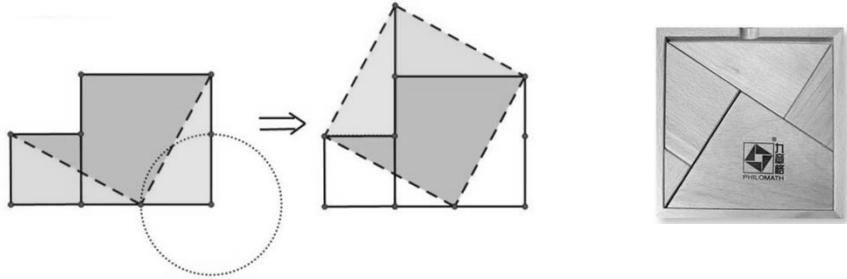
评分标准: 共 12 个数, 按照顺序每答对 1 个数得 1 分.

14. 在  的圆圈中填入从 1 到 12 的自然数 (每一个数用而且只能用一次), 使连接在同一直线上的 4 个圆圈中的数字之和都相等, 这称为一个 **6 阶幻星图**, 这个相等的数称为 6 阶幻星图的**幻和**. 如果下图是一个已经填好的 6 阶幻星图, 那么, $l+z+m+x=$ 26, $a+b+c+d=$ 26.



评分标准: 每答对 1 个得 6 分.

15. 任何一个直角三角形都有这样的性质：以两个直角边为边长的正方形的面积之和等于以斜边为边长的正方形的面积.这就是著名的勾股定理，在西方又被称为毕达哥拉斯定理.勾股定理有着悠悠 4000 年的历史，出现了数百个不同的证明，魏晋时期的中国古代数学家刘徽给出了如下左图所示的简洁而美妙的证明方法，如下右图则是以这个方法为基础设计的刘徽模式勾股拼图板：



刘徽模式勾股拼图板的 5 个组块，还可以拼成一个如右图所示的长方形，如果其中的直角三角形直角边分别为 3 厘米与 4 厘米，那么，这个长方形的周长为 20.5 厘米.

