

## 第十四届“走进美妙的数学花园”青少年展示交流活动 趣味数学解题技能展示大赛初赛

注意事项:

1. 请在密封线内填好有关信息.
2. 不允许使用手机、计算器等电子设备.

总分	
----	--

### 小学三年级试卷(A 卷)

#### 填空题 I (每题 8 分, 共 40 分)

1. 计算:  $123456789 \times 9 + 10 = \underline{\quad 111111111 \quad}$  .
2. 给定一个除数 (不为 0) 与被除数, 总可以找到一个商与一个余数, 满足  
 1. 被除数 = 除数  $\times$  商 + 余数  
 其中,  $0 \leq \text{余数} < \text{除数}$ . 这就是**带余数的除法**. 当余数为 0 时, 也称除数**整除**被除数, 或者称除数是被除数的**因数** (被除数是除数的**倍数**).  
 请写出所有不超过 100 并且能够被 7 整除的大于 1 的自然数  
7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98 .

评分标准: 共 14 个数, 答对 8 个数得 5 分, 8 个以上每多答对 2 个加 1 分.

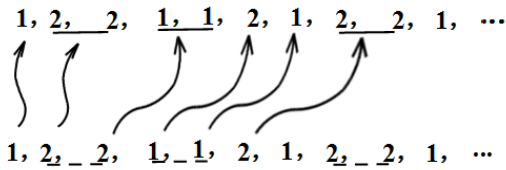
3. 只能被 1 与其自身整除的大于 1 的自然数称为素数或质数, 比如 2, 3, 5, 7, 11, 13 等. 请在以下数表中用圆圈圈出所有的素数:

37	36	35	34	33	32	31
38	17	16	15	14	13	30
39	18	5	4	3	12	29
40	19	6	1	2	11	28
41	20	7	8	9	10	27
42	21	22	23	24	25	26
43	44	45	46	47	48	49 ...

①7	36	35	34	33	32	①1
38	①7	16	15	14	①3	30
39	18	⑤	4	③	12	②9
40	①9	6	1	②	①1	28
④1	20	⑦	8	9	10	27
42	21	22	②3	24	25	26
④3	44	45	46	④7	48	49 ...

评分标准: 共 15 个数, 答对 9 个得 5 分, 9 个以上每多答对 2 个加 1 分.

4. 以下由 1, 2 构成的无穷数列有一个有趣的特征: 从第一项开始, 把数字相同的项合成一个组, 再按照顺序将每组的项数写下来, 则这些数构成的无穷数列恰好是它自身. 这个数列被称为**库拉库斯基数列**. 按照这个特征, 继续写出这个数列后 8 项为 2, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 2 (从第 11 项到第 20 项),



评分标准: 每答对 1 个数得 1 分.

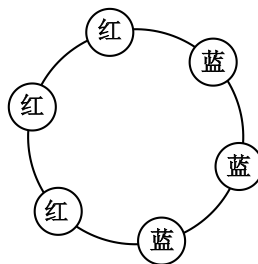
5. 将自然数 5 的 0 倍, 1 倍, 2 倍, 3 倍, 4 倍, 5 倍, ... 按照顺序写在下面  
0, 5, 10, 15, 20, 25, ...

这一列数可以一直写下去, 并且后一个总比前一个数大, 任何一个自然数要么是这一列数中的某一个, 要么介于相邻的两个数之间. 我们把这一列数叫做**严格递增**的无穷数列, 从左至右的每一个数分别叫做这个数列的第一项, 第二项, 第三项, ... , 即第一项是 0, 第二项是 5, 第三项是 10, ... , 依此类推. 那么, 2016 介于这个数列的第 404 项与第 405 项之间, 这两项中的较大的项与 2016 的差是 4 .

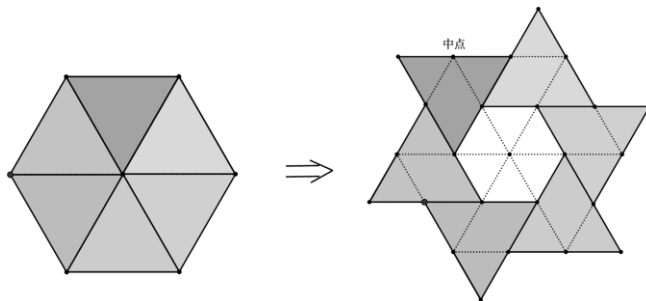
评分标准: 404, 405 每答对 1 个得 3 分; 在前面对的前提下, 答对 4 得 2 分.


## 填空题 II (每题 10 分, 共 50 分)

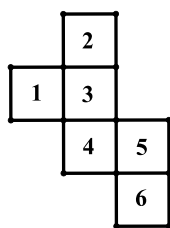
6. 用 3 颗红色的珠子, 3 颗蓝色的珠子串成如下图所示的手链, 可以串成 3 种不同的手链.



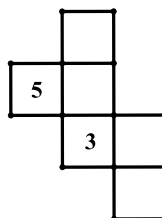
7. 将一个边长为 2 厘米的正六边形沿对角线剖分为 6 个等边三角形，然后按照如图所示方法移动 6 个等边三角形，中间空白处形成的正六边形的周长为 6 厘米。



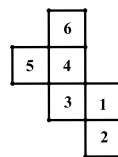
8. 一个立方体骰子  的每个面上标记着从 1 到 6 中的一个数字，下面是它的两幅表面展开图，根据 (1) 提供的信息，填出在 (2) 中剩下的 4 个数字。



(1)

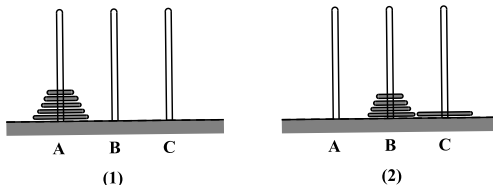


(2)

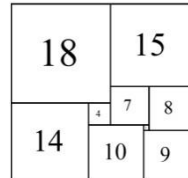
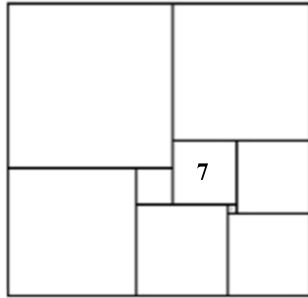


评分标准：共 4 个数，答对 2 个以上才得分，答对 2 个得 5 分。

9. 在印度河畔的圣庙前，一块黄铜板上立着 3 根金针，针上穿着很多金盘。据说梵天创世时，在最左边的针上穿了由大到小的 64 片金盘，他要求人们按照“每次只能移动一片，而且小的金盘必须永远在大的金盘上面”的规则，将所有的 64 片金盘移动到最右边的金盘上面。他预言，当所有 64 片金盘都从左边的针移动到右边的的时候，宇宙就会湮 (yān) 灭。现在最左边金针 (A) 上只有 5 片金盘，如图 (1) 所示，要按照规则，移动成图 (2) 的状态，至少需要移动 16 步。



10. 可以由边长为整数的互不相等小正方形拼补而成的矩形称为完美矩形. 如下图所示, 这是一个完美矩形, 已知其中有一个边长为 7 的正方形 (数字写在了正方形的中心), 最小的正方形边长为 1, 请将剩下的 7 个小正方形的边长按照从小到大的顺序写这里\_\_\_\_\_.



评分标准: 共 7 个数, 答对 3 个以上才得分, 答对 3 个得 2 分, 答对 3 个以上每多对 1 个数得 2 分.

### 填空题Ⅲ (每题 12 分, 共 60 分)

11. 两个不全为 0 的数的公共因数称为它们的**公因数**. 求出 1365 与 60 的全体公因数 1,3,5,15 .

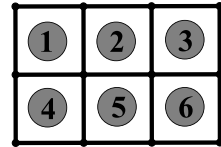
评分标准: 每答对 1 个得 3 分.

12. 大于 0 的自然数, 如果满足所有因数之和等于它自身的 2 倍, 则这样的数称为完美数或完全数. 比如, 6 的所有因数为 1, 2, 3, 6,  $1 + 2 + 3 + 6 = 12$ , 6 就是最小的完美数. 是否有无限多个完美数的问题至今仍然是困扰人类的难题之一. 研究完美数可以从计算自然数的所有因数之和开始, 64 的所有因数之和为 127 .

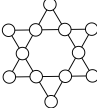
13. 有 9 个不同因数的最小自然数为 36 .

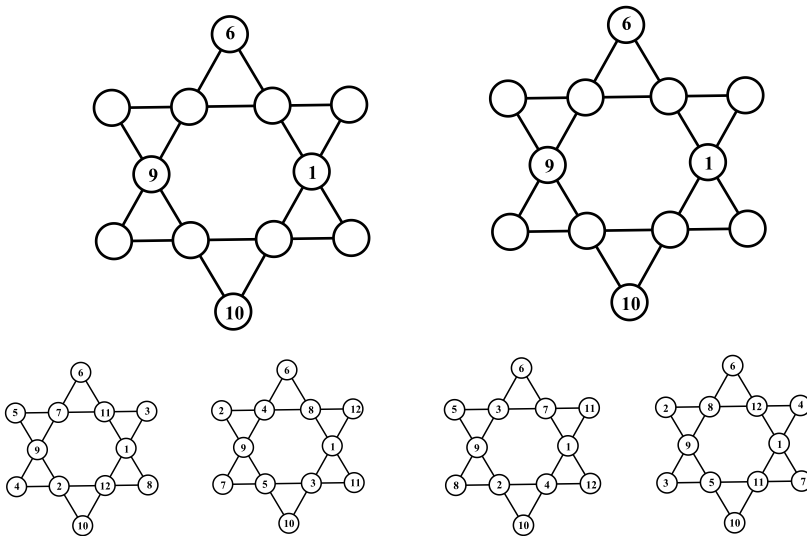
14. 在一个摆满棋子的长方形棋盘中, 甲、乙两人轮流拿取棋子, 规则为: 在某行或某列中, 取走任意连续放置的棋子 (即不能跨空格拿取), 不允许不取, 也不能在多行 (多列) 中拿取. 当棋盘中所有棋子被取尽时游戏结束. 取走最后一颗棋子的一方获胜.

面对如图所示的棋盘, 先手有必胜策略. 先手第一步应该取走 1-4 或 2-5 或 3-6 (写出所有的正确方案), 才能确保获胜.



评分标准: 共 3 种方案, 每答对 1 种得 4 分.

15. 在  的圆圈中填入从 1 到 12 的自然数 (每一个数用而且只能用一次), 使连接在同一直线上的 4 个圆圈中的数字之和都等于 26. 这称为一个 6 阶幻星图, 26 称为 6 阶幻星图的幻和. 继续完成以下 2 个 6 阶幻星图的填写 (构成 2 个不同的 6 阶幻星图):



评分标准: 共 4 个答案任意选择 2 个都可以, 每个答案中的数字全对才得分, 做对一个答案得 6 分.