

第十四届“走进美妙的数学花园”青少年展示交流活动  
趣味数学解题技能展示大赛初赛

注意事项：

1. 请在密封线内填好有关信息。
2. 不允许使用手机、计算器等电子设备。

总分	
----	--

小学四年级试卷(A 卷)

填空题 I (每题 8 分, 共 40 分)

1. 计算:  $7 \times 9 \times 32 \times 97 \times 103 + 7 \times 9 \times 10 \times 32 =$  20162016 .

2. 给定一个除数 (不为 0) 与被除数, 总可以找到一个商与一个余数, 满足  
被除数 = 除数  $\times$  商 + 余数

其中,  $0 \leq \text{余数} < \text{除数}$ . 这就是**带余数的除法**. 当余数为 0 时, 也称除数**整除**被除数, 或者称除数是被除数的**因数** (被除数是除数的**倍数**).

不超过 987987 并且能够被 49 整除的大于 1 的自然数共有 20163 个.

3. 只能被 1 与其自身整除的大于 1 的自然数称为素数或质数, 比如 2, 3, 5, 7, 11, 13 等. 大于 1 的自然数如果不是素数, 则称为合数. 除唯一的偶素数 2 之外, 相邻的两个素数之间至少间隔一个合数, 比如 3, 5; 5, 7; 7, 11 等. 两个连续的素数之间间隔的合数个数称为这两个连续素数的间隔数, 间隔数为 1 的两个素数称为孪生素数, 比如 3, 5; 5, 7; 而 7, 11 的间隔数为 3. 那么, 50 以内的连续素数的最大间隔数为 5 .

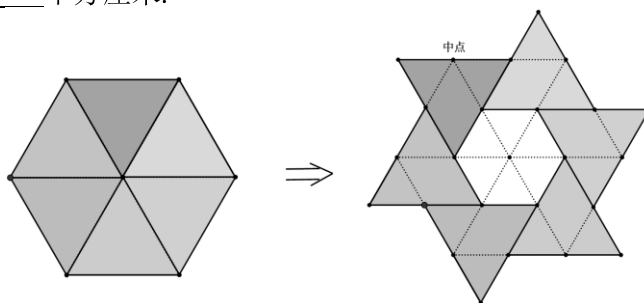
4. 大于 0 的自然数, 如果满足所有因数之和等于它自身的 2 倍, 则这样的数称为完美数或完全数. 比如, 6 的所有因数为 1, 2, 3, 6,  $1 + 2 + 3 + 6 = 12$ , 6 就是最小的完美数. 是否有无限多个完美数的问题至今仍然是困扰人类的难题之一. 研究完美数可以从计算自然数的所有因数之和开始, 192 的所有因数之和为 508 .

5. 将自然数 5 的 0 倍, 1 倍, 2 倍, 3 倍, 4 倍, 5 倍, ... 按照顺序写在下面  
 0, 5, 10, 15, 20, 25, ...

这一列数可以一直写下去, 并且后一个总比前一个数大, 任何一个自然数要么是这一列数中的某一个, 要么介于相邻的两个数之间. 我们把这一列数叫做**严格递增**的无穷数列, 从左至右的每一个数分别叫做这个数列的第一项, 第二项, 第三项, ... , 即第一项是 0, 第二项是 5, 第三项是 10, ... , 依此类推. 那么, 介于这个数列的第 404 项与第 405 项之间, 并且与这两项中的较小的项的差是 1 , 这个数为 2016 .

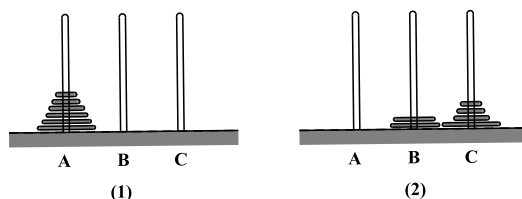
### 填空题 II (每题 10 分, 共 50 分)

6. 将一个面积为 24 平方厘米的正六边形沿对角线剖分为 6 个等边三角形, 然后按照如图所示方法移动 6 个等边三角形, 中间空白处形成的正六边形面积为 6 平方厘米.

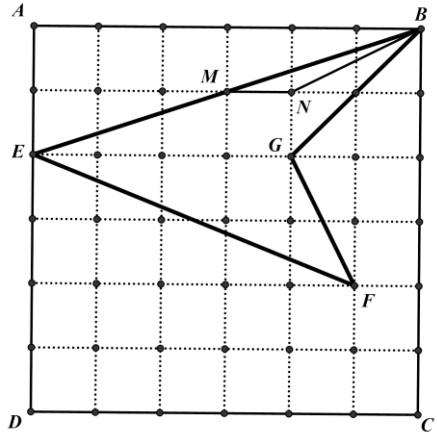


7. 用一根长为 36 分米的铁丝做一个长方体框架, 并且要求长是宽的 2 倍, 长宽高都是整数分米. 如果不计损耗, 可以做成的长方体体积最大为 24 立方分米.

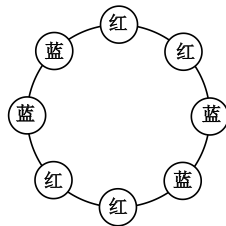
8. 在印度河畔的圣庙前, 一块黄铜板上立着 3 根金针, 针上穿着很多金盘. 据说梵天创世时, 在最左边的针上穿了由大到小的 64 片金盘, 他要求人们按照“每次只能移动一片, 而且小的金盘必须永远在大的金盘上面”的规则, 将所有的 64 片金盘移动到最右边的金盘上面. 他预言, 当所有 64 片金盘都从左边的针移动到右边的时候, 宇宙就会湮 (yān) 灭. 现在最左边金针 (A) 上只有 6 片金盘, 如图(1)所示, 要按照规则, 移动成图(2)的状态, 至少需要移动 39 步.



9. 在平面上, 用边长为 1 的单位正方形构成正方形网格, 顶点都落在单位正方形的顶点 (又称为格点) 上的简单多边形叫做**格点多边形**. 最简单的格点多边形是**格点三角形**, 而除去三个顶点之外, 内部或边上不含格点的格点三角形称为**本原格点三角形**, 如右图所示的格点三角形 MBN. 每一个格点多边形都能够很容易地划分为若干个本原格点三角形. 那么, 右图中的格点四边形 EBGF 可以划分为 16 个本原格点三角形.



10. 用 4 颗红色的珠子, 4 颗蓝色的珠子串成如下图所示的手链, 可以串成 8 种不同的手链.



### 填空题III (每题 12 分, 共 60 分)

11. 古罗马的凯撒大帝发明了世界上最早的数学加密方法: 按照字母表的顺序, 将每一个字母对应到按照某种事先的约定确定的字母. 例如, 将每个字母对应到它后面的第三个字母, 也就是  $A \rightarrow D, B \rightarrow E, C \rightarrow F, \dots, W \rightarrow Z, X \rightarrow A, Y \rightarrow B, Z \rightarrow C$ . 于是, 按照这个加密方法, 单词 “HELLO”, 被加密成 “KHOOR”. 按照这种加密方法, 海亮收到了一个加密后的密文 “WKLWUWHHQ”, 那么, 这个信息的原文是 THIRTEEN.

评分标准: 共 8 个字母 (按位置计), 答对 5 个以上才得分, 答对 5 个得 6 分, 答对 5 个以上每多对 1 个数得 2 分.

12. 恰好有 11 个不同因数的最小的自然数为 1024 .

13. 两个不全为 0 的数的公共因数称为它们的**公因数**. 求出 1365, 90, 345 的全体公因数 1,3,5,15 .

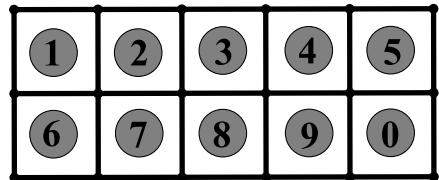
评分标准: 每答对 1 个得 3 分.

14. 在一个摆满棋子的长方形棋盘中, 甲、乙两人轮流拿取棋子, 规则为: 在某行或某列中, 取走任意连续放置的棋子 (即不能跨空格拿取), 不允许不取, 也不能在多行 (多列) 中拿取. 当棋盘中所有棋子被取尽时游戏结束. 取走最后一颗棋子的一方获胜.

面对如图所示的棋盘, 先手有必胜策略. 先手第一步应该取走

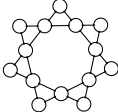
1-6 或 3-8 或 5-0 或 1-2 或 4-5 或 6-7 或 9-0

(写出所有的正确方案), 才能确保获胜.

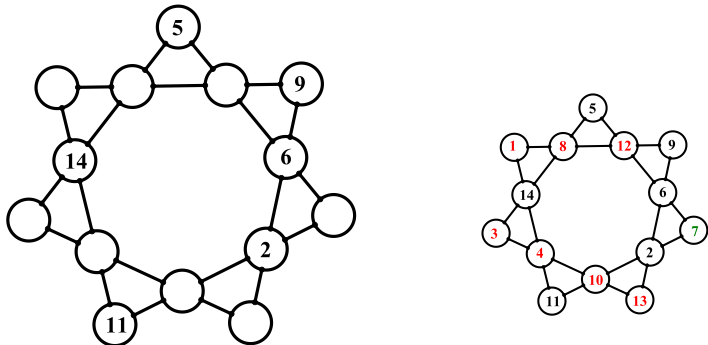


评分标准: 共 7 组方案, 正确回答小于等于 2 组, 每答对 1 组得 1 分; 正确回答 3 组, 得 6 分; 3 组以上者, 每多答对一组得 2 分.

勘误: 第14题答案再增加两个2-7, 4-9。

15. 在  的圆圈中填入从 1 到 14 的自然数 (每一个数用而且只能用

次), 使连接在同一直线上的 4 个圆圈中的数字之和都相等, 这称为一个 **7 阶幻星图**, 这个相等的数称为 **7 阶幻星图的幻和**. 那么, 7 阶幻星图的幻和为 30, 并继续完成以下 7 阶幻星图:



评分标准: 共 7 个数, 答对 4 个以上才得分, 答对 4 个得 6 分, 答对 4 个以上每多对 1 个数得 2 分.